„…

4. Kapitel
<u>Argumentation gegen Galois</u>

1. Alle zeichnerische Dreiteilung der Winkel wurde lediglich mit Zirkel und Lineal innerhalb des geometrischen Einzugsbereichs der Isokantenlinien vollbracht. Die Dreiteilung jedes individuell einzelnen Winkels wurde einzig mit Zirkel und Lineal zeichnerisch in endlichen Schritten vollbracht. Allein dieses Moment genügte schon als anschaulich geometrischer Beweis zur absoluten Widerlegung der Behauptung des Galois. Die Isokantenmethode demonstriert durch ihre geometrische Einfachheit, wie leicht und wie schnell und wie genau die Dreiteilung des Winkels geometrisch geleistet wird. Die mathematische Genauigkeit der geometrischen Prozedur sichert das Quadrat von cos 30° bei der Sekantenteilung durch drei.

Daher kann dieser Satz gesagt werden:
Solange mathematisch das Quadrat von cos 30° zweifelsfrei 0,75 beträgt, solange ist die geometrische Teilung eines Winkels mit Zirkel und Lineal in uneingeschränkter Exaktheit möglich und gesichert.

Erst wenn es jemandem gelingen wird zu beweisen, daß das gleichseitige Dreieck nicht aus drei gleichen Seiten bestehen kann, so ist ab dann, aber erst ab dann, die Dreiteilung eines Winkels mit nur Zirkel und Lineal nicht möglich. Und Galois hat diesen Beweis, daß ein gleichseitiges Dreieck nicht aus drei gleichen Seiten besteht, nicht vollbracht und diesen wohl auch niemals beabsichtigt. Er hat also keinen Beweis vollbracht, daß ein Winkel mit Zirkel und Lineal nicht durch drei geteilt werden kann.

Die geometrische Prozedur der Dreiteilung eines Winkels aber, sie besteht doch in nichts anderem, als den Kreisbogen der wirklichen Dreiteilung des Winkels durch eine geometrische Option optisch zur Sichtbarkeit zu bringen. Das heißt konkret, den pluralen geometrischen Ort, die geometrischen Örter der Punkte dieser Linie, die von eh und je in dieser Linie einsässig waren, durch ihren spezifischen Radius zu bestimmen. Und folgsam der geometrischen Konsequenz der Sache, indem diese vollständig durchdacht wird, so ist dieser Satz geometrisch vollends gültig:

> Das aus drei gleichen Seiten bestehende gleichseitige Dreieck ist der geometrische Beweis der exakten geometrischen Dreiteilung eines beliebigen Winkels mit Zirkel und Lineal, denn das gleichseitige Dreieck ist gleichgroß sowohl als Abbild des Drittelwinkels der exakten Dreiteilung des Winkels von 180° im thaletischen Halbkreis als auch als jenem der Sekanten nach der vollendeten Dreiteilung des vollen Kreises.
> (Dies ist geometrisch sichtbar in der Darstellung der Anlage 2)

Die absolute Kongruenz der drei Drittelwinkel zueinander ist mathematisch gesichert und wird nochmals durch die Teilung der Fläche des Rechtecks (Sekante und Höhe)in exakt sechs gleiche Dreiecksflächen anschaulich geometrisch bewiesen. Da die geometrische Teilung eines Winkels durch drei in sich selbst mathematisch kongruent ist, muß zwangsläufig die theoretische Aussage von Galois zu diesem Problem von vornherein absolut falsch sein. Alle diese hier nochmals summierten Beweisformen belegen in Eindeutigkeit, daß die Prozedur der Dreiteilung eines Winkels mit Zirkel und Lineal in keinerlei mathematischer Friktion und in keinem Konflikt mit einer Gleichung dritten Grades stehen muß, wie es von Galois behauptet ward.

Die Geometrie der Ebene gestattet eine ungehinderte zeichnerische Dreiteilung eines Winkels in mathematischer Vollendung.

2. Bestandsaufnahme zur mathematischen Beurteilung im Jahr 2005 bezüglich der Problemlage der wirklichen Geometrie der Dreiteilung
Sie zeigt erstens, daß bis Galois von keinem Mathematiker seit der Antike die wirkliche Dreiteilungslinie gesehen und geometrisch in Begriffenheit fixiert ward, und es zeigt sich zweitens ab Galois, daß bislang von keinem Mathematiker seit ihm auf der basis sowohl mathematischer als auch geometrisch gründlicher Argumentation der Nachweis erbracht werden konnte, daß Galois die Sachlage mathematisch falsch beurteilte. Nur darum galt Galois bis zu diesem Datum uneingeschränkt als bewiesen erwiesene Rechenleistung.

Aber die Bestandsaufnahme zeigt ebenso, daß die wirklich vorhandene Geometrie der Dreiteilung des Winkels innerhalb zweier Jahrtausende mosaisch-christlicher Dominanz aller Mathematik nicht ernsthaft gesucht wurde. Eine Lösung nicht zu finden, eine Lösung selbst in zwei Jahrtausenden nicht gefunden zu haben, ist längst noch kein Beweis, daß es keine Lösung gibt und geben kann. Zur Bestandsaufnahme dieses Verhaltes muß auch dieses Faktum auf den Tisch gelegt werden: die wirklich vorhandene Geometrie der Dreiteilung des Winkels beweist, daß die Algebra durch Galois zu diesem Problem nicht nur falsch interpretiert worden ist. Die Algebra des Galois mit ihrer ins Geometrische dieses einzelnen Problems kragend sollenden Tragweite erweist sich tatsächlich in diesem Bezug als nicht nur falsch, sondern absurd, sobald sie mathematisch nachgerechnet wird.

Gut, das ist ein Faktum. Bedenklicher ist das offenbar gewordene Bild eines Zustandes, welcher verwoben ist mit der um so mehr befremdenden Tatsache, daß Galois seit 170 Jahren von Mathematikern nicht nachgerechnet wurde, sondern, da vehement zugunsten seines sensus argumentiert, einfach nur geglaubt worden ist.

3. Von Galois werden im Verbund mit der seinigen Argumentation der Gruppentheorie zwei geometrische Probleme in einem Atemzug genannt, deren Lösung allein mit Zirkel und Lineal nicht möglich sein könne. Das ist erstens die Verdoppelung des Würfelvolumens, das ist zweitens die Dreiteilung des Winkels. Zwar sind sie alle beide geometrische Probleme, aber jedes ist grundverschieden vom anderen. In Kurzfassung: Das Problem des doppelten Würfelvolumens kann mit Zirkel und Lineal nicht gelöst werden, da es geometrisch unmöglich ist, die dritte Wurzel einer Zahl zeichnerisch mittels dieser beiden Instrumente darzustellen. Es ist ein Problem des Raumes. Die Dreiteilung eines Winkels ist dagegen nur ein Problem der Fläche. Hinzu kommt ein wesentliches Moment, welches die Lösung erheblich erleichtert, denn es wird das Flächenproblem innerhalb der Operation auf die Teilung einer Strecke reduziert, auf die Teilung einer mathematisch eindeutig definierten Geraden durch drei. Eine definierte Strecke kann man mit Zirkel und Lineal durch drei teilen. Darum ist die geometrische Dreiteilung eines Winkels mit Zirkel und Lineal uneingeschränkt möglich.

4. Oftmals wird der von Lindemann vollzogene Beweis der Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises in einem Atemzug mit jenen beiden auf Galois datierten geometrischen Unmöglichkeiten genannt. Der Lindemannbeweis hat eine völlig andere Basis und darum Bezug zu einer anderen mathematischen Qualität. Der Lindemannbeweis ist an die mathematische Strukturtendenz der Zahl Pi geknüpft. Darüber hinaus ist Pi in der geometrischen Ebene bereits selbst derart indifferent, da wir nur den Radius (Durchmesser) kennen, während Umfang und Pi selbst zwei mathematisch unbestimmte Größen bleiben. Eine Gleichung aus drei Gliedern benötigt aber als mathematische Voraussetzung von diesen

drei zwei bekannte Größen zur Lösung. Die Kreisumfangsgleichung hat bis auf den heutigen Tag immer noch zwei unbekannte Größen bei ihren drei Gliedern. Pi selbst ist geometrisch nicht darstellbar. Pi ist selbst mathematisch nicht darstellbar in Exaktheit. Daher fällt dieses Problem schon mathematisch bedingt außerhalb der Lösbarkeit mit Zirkel und Lineal. Auch darum ist die Quadratur des Kreises ein ganz anderes Problem als die Dreiteilung eines Winkels in drei gleiche Winkel. Den Beweis von Lindemann in eine Ebene der Qualität zu stellen wie den Beweis von Galois, heiße sträflicherweise das zu tun, was landläufig als das Verwechseln von Birnen und Äpfeln bezeichnet wird.

5. Von Galois wurde im Jahr 1831 der rein mathematisch- algebraische Beweis mittels der Winkelfunktion vom Cosinussatz des dreifachen Winkels

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

geführt. Diese Gleichung ist für Galois die Kronzeugin, warum eine Dreiteilung eines Winkels allen mit Zirkel und Lineal mathematisch völlig unmöglich sein muß.

Diese Winkelfunktion des dreifachen Winkels mag sein, was sie will, das ist gleichgültig; auch wenn man sie dreht und wendet, wie man will, sie ist und bleibt eine Funktion einer Linie in der Ebene. Sie resultiert als Linie der Ebene eine schnurgerade Kurve, und eine solche wird geometrisch, wo sie auch immer vorkommt, von allen Mathematikern immer als Gerade beschrieben. Funktionen der Gerade nennt man spätestens seit Cartesius und dessen Geometrie lineare Funktion.

Gravierender jedoch ist die Tatsache, daß auch jenes Gleichungspartial als Glied der Gleichung, also der dreipotenzige $\cos \alpha$ auch nur ein Moment einer Strecke ist. Ein Aggregat dritter Potenz ist als nicht in allen mathematisch denkbaren Fällen eines Gleichungssystems beurteilbar in nur kubischer Funktionalität , sondern es kann auch ebenso rein linear bedeuten, daß sich die Strecke im Gefüge der Gleichung sich selbst um die dritte Potenz verlängert, bzw. wie es beim obigen Cosinus tatsächlich sich ergibt, sich durch die Potenzierung verkürzt. Der mathematische organisierte Prozeß in dieser goniometrischen Funktion sucht nicht nach einem Volumen, er sucht nicht nach einer Fläche, er sucht nach einer Linie. Darum erzeugt er unter allen Bedingungen der seinigen funktionellen goniometrischen Prozedur keinerlei Volumen und keinerlei Fläche.

Auch das allgemeinste a^3 ist nicht zwangsläufig nur Volumen, sondern kann auch ebenso Strecke sein. Und diese untrennbare Einheit mit sich selbst, zugleich als Strecke und Fläche und Volumen zu erscheinen, haben alle Zahlen innerhalb der mathematischen Prozedur der Potenzierung. Die dritte Potenz des Cosinus ist in diesem Argument von Galois lediglich eine Linie, eine Strecke.

Schreibt man $\cos 3\alpha$ in der einfachen Verhältnisform von Sinus zu Tangens, da ergibt sich:

$$\cos 3\alpha = \frac{\sin 3\alpha}{\operatorname{tg} 3\alpha} \quad \text{daraus folgt} \longrightarrow \frac{\sin 3\alpha}{\operatorname{tg} 3\alpha} = 4\cos^3 \alpha - 3\cos\alpha = \cos 3\alpha.$$

Und statt $\cos 3\alpha = \dfrac{\sin 3\alpha}{\operatorname{tg} 3\alpha}$ erscheint ganz allgemein geschrieben $a = \dfrac{b}{c}$. Es erscheint ein reines Verhältnis von lediglich **b : c** als zwei Zahlen zueinander, die einer dritten die Größe geben, ohne jegliche Potenz, ohne alles Kubische und Quadratische. Das ist qualitativ das cos α, das sin α und das tg α stets und stetig in seiner natürlichen Gestalt in der Welt der Zahlen.

So ist alles Kubische erloschen, geblieben ist ein mathematisches Problem einer Linie, denn dieses reduziert sich aus einer fest gefügten Flächenstruktur der eindeutigen Verhältnisse von drei Strecken zueinander: Trigonometrie, zur linearen Größe einer dieser Strecken. Und es ist noch einfacher, denn ich kann diesen Betrag des dreifachen Winkels in Cosinus mit Leichtigkeit mit Zirkel und Lineal zeichnen. Das geht so: ich wähle einen Winkel samt Kreisbogen, verdreifache diesen Winkel und fälle das Lot auf die Ankathete. Geometrisch erscheint in Exaktheit auf der Ankathete des einfachen Winkels der Betrag der Ankathete des dreifachen Winkels. Die geometrische Aktion ergibt kein anderes Resultat, als die Rechnung mit

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

es ergeben kann.

Es ist nur eine Gerade mathematisch erfragt, gesucht, gefunden und dargestellt worden. Und diese Gerade ist exakt begrenzt durch die Bedingung der Gesamtheit des Ganzen: Sie ist geometrisch daher zu definieren als Strecke. Wird sie eingeortet in die Bedingungsstruktur von Cartesischen Koordinaten und dem Einheitskreis, so ist sie eine Strecke, und das nicht als Parallele zur x-Achse, sondern selbst als identische in ihrer Linearität mit der x-Achse zwischen -1 und +1, und ihre Lösungen sind allesamt Punkte auf der x-Achse in diesem Bereich.

6. Man muß sich diese Winkelfunktion näher ansehen, dann verwundert es, daß sie als kubische, als Funktion dritte Grades, von Galois ins Rennen geschickt worden ist, um damit zu beweisen, daß darum eine zeichnerische Dreiteilung eines Winkels mit Zirkel und Lineal nicht möglich sein kann, weil sie keine Nullstellen habe, und von diesem Faktum her vollmundig den Beweis zu argumentieren. Diese Winkelfunktion hat nur eine einzige Variable, das ist α als Winkel. Ich muß daran erinnern, daß im Cartesischen Bezug der Koordinaten eine Funktion definiert wird aus zwei Variablen, einmal x als unabhängige Variable und gleichzeitig y als von x abhängige Variable. Dann kann ich in solcher Funktion y = 0 setzen und erhalte die Schnittpunkte mit der x-Achse als Lösung der Gleichung. Die einfachste Form dieser Gleichung lautet y = x. Das wird so geschrieben y = f(x) = x. Eine kubische, eine Gleichung dritten Grades lautet $y = f(x) = x^3$, und sie hat als reelle Nullstelle **immer** einen Schnittpunkt mit der x-Achse.

Der Winkelfunktion des dreifachen Winkels ist dieses alles nicht beizumessen. Sie ist keine Funktion dritten Grades. Denn als solche müßte sie unvermeidlich einen Schnittpunkt mit der x-Achse haben. Sie hat eine Unbekannte, und Lösungen zwischen +1 und -1 in einer Vielfalt, wie Sie den Graduierungen von α entsprechen, die durch den Operanden erwünscht werden. Sie hat aber keinen Schnittpunkt mit der x-Achse. Aber alle ihre Lösungen liegen auf der x-Achse. Sie ist keine Parallele zur x-Achse, sondern sie ist selbst die x-Achse, denn zwischen -1 und +1 befinden sich alle ihre geometrischen Örter auf der x-Achse. Sie hat rein cartesisch betrachtet keinen y-Wert.

Stellt man sie im Einheitskreis als zyklische Funktion in Polarkoordinaten dar, dann bewegt sich der Cosinus, personifiziert in der Ankathete, immer auf der x-Achse bei stetigem y = 0 in absoluten Beträgen zwischen +1 und -1 und zwar so, wie der Winkel erwählt worden ist. Und im Einheitskreis sieht man auch die Gegenkathete als Sinus. Die Gegenkathete ist als mathematisches Verhältnis von Ggenkathete durch die Hypotenuse ausgebildet und eindeutig determiniert, sie wird durch die drei gleichen Winkel in zwar drei, jedoch schon optisch auffallend drei ungleiche Teilstücke gegliedert. Schauen wir jedoch ein Stück weiter nach rechts, nämlich auf den radiusdefinierten Bogen der Umfangslinie des Einheitskreises, dann bemerkt jeder, und sicherlich auch jeder Mathematiker, wie exakt die Schenkel der drei gleichen Winkel den Umfang, den sie zergliedern, exakt zu drei gleich großen Gliedern insektieren. An diesem geometrischen Ort sind die drei Winkel gleicher Schenkellänge, und sie haben alle drei gleich große Sekanten. Daher sind die Winkel untereinander gleich, die Schenkellänge ist gleich der Hypotenuse des Dreiecks. Und das steht auch nicht im Widerspruch zum Cosinussatz des dreifachen Winkels. Und an dem geometrischen Ort, der laut Galois die Unmöglichkeit der Dreiteilung beweisen soll, ausgerechnet an ihm zeigt sich das Offenbare der exakten und mathematisch gesicherten Dreiteilung eines Winkels vor unseren Augen.

Der Vorgang hat aber eine Besonderheit, der cos 3α repräsentiert nur den halben Winkel in Gestalt eines rechtwinkligen Dreiecks, somit ist der Gesamtwinkel durch sechs geteilt worden. Die zeichnerische Prozedur selbst verlangt nur nach einer Dreiteilung, und das obendrein in einem gleichschenkligen Dreieck. Doch dazu weiter unten mehr.

Darum muß sie, die Gleichung $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$, nicht nur um ihrer Lösung willen zwingend notwendig in ein rechtwinkliges Koordinatensystem transportiert werden. Sie kann ebenso an einem freien, sozusagen cartesisch ungebundenen, rechtwinkligen Dreieck in der Ebene agieren und dieses der ihrigen mathematischen Prozedur unterwerfen. Denn ihre Lösungen sind bezüglich des Cosinus als Ankathete durch Gegenkathete und Hypotenuse goniometrisch eindeutig bestimmt. Der Cosinussatz des dreifachen Winkels hat entsprechend α immer eine klare und reelle Lösung. Dabei spielt die Größe der Länge der Katheten und der Hpotenuse keinerlei Rolle, denn der Satz drückt nur das Verhältnis der Ankathete zur Hypotenuse aus.

7. Die goniometrische Funktion des Cosinus eines dreifachen Winkels selbst erscheint in Gestalt eines Brillanten von geschliffener mathematischer Eleganz. Das ist sie auch und bleibt sie auch. Aber in der Manipulation des Galois nutzt ihm die ihrige von keinem Zweifel ritzbare Qualität des Diamanten nichts. Denn würde sein Beweis stimmen, dann wäre sie nur geschliffenes Glas. Es ist aber der Beweis nicht nur geometrisch völlig unpassend und darum kein Beweis, sondern er ist bezogen auf die Sache falsch. Er hat als Beweis mathematisch keinen Bezug zum Nachweis der Unmöglichkeit nicht nur der zeichnerischen Lösung der Dreiteilung eines Winkels, und schon gar nicht einer rein nur mathematisch organisierten Teilung.

Die von ihm angewandte Gleichung argumentiert nur Winkelbeziehungen des rechtwinkligen Dreiecks mit der Hypotenuse gleich 1 und der Ankathete $\cos\alpha$, wodurch mehr als nur komplementär die Gegenkathete $\sin\alpha$ am Thaletischen Halbkreis entsteht.

Da Galois den Cosinus argumentiert, argumentiert er zwangsläufig stets ein rechtwinkliges Dreiecks der Ebene und nichts anderes als Objekt der Dreiteilung. Tatsächlich aber ist der Winkel, welcher als Schnittpunkt zweier Geraden in der Ebene gebildet wird und da dreigeteilt werden soll, immer der Schenkeleinschluß eines **gleichschenkligen** Dreiecks, welches selbst aus zwei gleichgroßen thaletisch rechtwinkligen Dreiecken besteht. Es bildet das gleichschenklige Dreieck immer zwei gleiche Winkel an der Sekante zu den Schenkeln.

Das gleichschenklige Dreieck ist eine trigonometrische Figur, in der jeder der drei Winkel immer ungleich und kleiner 90° Rechtwinkligkeit ist und sein muß. Im gleichschenkligen Dreieck kommt kein rechter Winkel vor. Daher gilt für dieses auch keine Winkelbeziehung eines goniometrischen Kalibers der thaletischen Rechtwinkligkeit. Auch das wurde von Galois nicht beachtet.

8. Das zum Teilen vorgesehene gleichschenklige Dreieck ist auch zugleich und immer ein Segment eines Vollkreises. Es ist Element des Kreises. Die Sekante ist dadurch immer auch Sekante eines Polygons gleicher Sekanten am Bogen des Vollkreises.

Das zu teilende Dreieck in seiner Gleichschenkligkeit kann in zwei rechtwinklige Dreiecke zerlegt werden. Dann ist die Höhe zugleich gemeinsame Ankathete, und die Schenkel sind dadurch zu zwei Hypotenusen geworden. Die Sekante teilt sich in zwei Gegenkatheten. Der Spreizwinkel der Schenkel ist halbiert. Die geometrische Problemlage fordert den Mathematiker stringend, den $\cos 1{,}5\,\alpha$ zu untersuchen, das aber ist ein anderes goniometrisches Aggregat als das obige von Galois argumentierte des dreifachen Cosinus Alpha.

Bei der Dreiteilung eines Winkels, respektive seiner Verdreifachung, ist aber das Objekt des geometrischen Ereignisses immer ein gleichschenkliges Dreieck, welches durch die Sekanten gebildet wird, oder aber es ist immer ein Segment aus einem Kreisbogen. Die einzige Winkelbeziehung zur Errechnung des Winkels ist der Tangens des halben Winkels oder der Cosinus des halben Winkels, wie auch immer - beide repräsentieren eine lineare Funktion. Die lineare Funktion hat immer eine reelle Lösung.

9. Es muß also nicht das Problem der Winkeldreiteilung in Mißverständigkeit der Sache in eine Funktion dritten Grades transformiert werden. Daher gibt es bis auf den heutigen Tag keinen mathematischen Beweis, daß die Dreiteilung eines Winkels unmöglich ist. Diesen Beweis wird es auch künftig nicht geben, weil kein Grund mehr vorhanden ist, ein problem der Mathematik unmathematisch künstlich zu verdrillen, nur um sch ein mathematisches Ansehen verschaffen zu wollen. Diesen Beweis wird es auch darum nicht geben, weil sich kein Mathematiker mehr finden wird, der diese Dümmlichkeit begehen wird. Die Mathematik ist einer der wenigen Wissenschaften, in welcher sich die exakte Rechnung durchsetzt. Da es keinerlei Grund gibt, das nun offenbar gewordene Moment der mathematischen wie auch geometrischen Dreiteilung eines Winkels zu bestreiten oder gar noch weiterhin zu ignorieren, wird sich eine im Vergleich zur bisherigen wesentlich erweiterte Geometrie durchsetzen müssen, in welcher auch die Winkeldreiteilung als Normalität vorkommt.

10. Die von Galois demonstrierte Methode beschränkt sich auf eine trigonometrische Argumentation der dritten Potenz. In ihr wird jedoch die tatsächlich geometrisch vorhandene Fläche des Vollzugs der Dreiteilung eines Winkels als Rechteck völlig ignoriert. Dabei geschieht das ganze Prozedere der Sektion nur in einem Rechteck, dessen kurze Seite gleich bemessen dreigegliedert ward, so daß in ihm drei gleichgroße Flächen in Streifen geschichtet sind. Die Dreiteilung der kurzen Rechteckseite entspricht der Dreiteilung in die drei sektierten Sekanten. Die Fläche des Rechteckes wird bei der Dreiteilung des Winkels in sechs gleichgroße Dreiecksflächen zerlegt. Dabei sind fünf in der Normalform, während die sechste halbiert die Rechteckfläche harmonisch füllt. An sich ist prinzipiell mehr nicht an der Dreiteilung im winkelgebildeten Dreieck. Da infolge des geometrisch organisierten Verfahrens mit Zirkel und Lineal sechs Dreiecke mit gleicher Schenkellänge und gleicher Öffnungssekante entstehen, ist der eindeutige Beweis erbracht, daß sich mathematisch exakt ein Winkel in drei Teile zerlegen läßt.

Die von Galois monierten mathematischen Bedingungen treten überhaupt nicht in Erscheinung, sie sind fiktiv und künden nur davon, daß Galois die einfache Sachlage geometrisch in ihrer schlichten und darum so realen mathematisch schönen Natur als Mathematiker nicht wahrgenommen hat.

Hätte sich die Argumentation von Galois darauf beschränkt, jene Unmöglichkeit zu beweisen, daß es mathematisch nicht durchführbar sein kann, einen Bogen und zugleich in einem Akt dessen Sekante in einem gleichseitigen Dreieck in drei exakt gleichgroße Sektionen zu teilen, wenn dabei die Bedingung erfüllt sein muß, dabei einen Winkel zugleich exakt zu dritteln, also mit einer Aktion sogleich drei Fliegen zu erklappen, dann stimmte zwar das Argment, aber die beigebrachte Formel des Cosinus des dreifachen Winkel ist dazu völlig überflüssig. Es ist unstrittig und offenbar in dieser Sachlage, daß es völlig unmöglich ist, nicht nur bis auf den heutigen Tag, sondern es so bleibt künftigen Tages, eine Methode vorweisen zu können, welche sowohl mathematisch basiert als auch im geometrischen Vollzug eine Dreiteilung der Sekante und dabei zugleich in einem Akte die des Winkels simultan in mathematischer Exaktheit gestattet. Teilt man die Sekante für sich in exakt drei Teile, dann resultiert sie verschieden große, also in sich differente Winkel. Daraus aber bewiesen haben wollen, daß die Dreiteilung eines Winkels mit Zirkel und Lineal nicht möglich sein kann, erscheint in der Perspektive des Heutigen als sehr fragwürdig.

Das dreistreifig exakt geteilte Rechteck, in welchem sechs sekantengleiche und schenkellängengleiche Dreiecke intarsiert sind, so daß ihre vom einzelnen sechsfache Fläche genau mathematisch exakt mit der Rechteckfläche identisch ist, sind der unwiderlegbare Beweis für die Normalität einer Dreiteilung eines Winkels lediglich mit Zirkel und Lineal. Ich kann mit Leichtigkeit ein Rechteck mit vier rechten Winkeln und einer bestimmten Länge aufzeichnen, seine kurze Seite mittels geometrischer Methode mathematisch exakt durch drei teilen und in jedem gedrittelten Streifen die Winkel sogar doppelt in Form sich kreuzender Diagonalen einzeichnen. Der ganze Vorgang kann auch genau spiegelsymmetrisch andersherum organisiert werden.

Und es ist noch eine Seltsamkeit in der Argumentation des Galois. An Hand des trigonometrischen Satzes vom doppelten Cosinus α ergäbe sich analog zum dreifachen die Konsequenz, daß ein Winkel selbst nicht einmal durch zwei geteilt werden könne, weil dort das gleiche geometrische Phänomen der ungleichen Teilung der Sekante drastisch hervortritt.

Aus allem erweist sich, wie als Summe saldiert, daß jegliches Problem, und sei es nur ein simples geometrisches Problem, erst dann mit Aussagekraft beschrieben werden kann, nachdem es gründlich untersuch worden ist.“